SISTEM PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL

MATEMATIKA UMUM KELAS X

PENYUSUN
Yenni Dian Anggraini, S.Pd., M.Pd., MBA.

SMA Negeri 9 Kendari

DAFTAR ISI

GLOSARIUM

Kalimat terbuka : sebuah kalimat yang memiliki variabel atau memuat variabel.

Persamaan : kalimat terbuka yang memuat tanda sama dengan.

Persamaan linear : persamaan yang setiap sukunya mengandung konstanta dengan variabel berderajat satu atau tunggal.

Persamaan linear tiga variabel : persamaan linear yang memiliki tiga variabel.

Sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) : sistem persamaan yang memuat lebih dari satu persamaan linear tiga variabel dengan himpunan variabel yang sama.

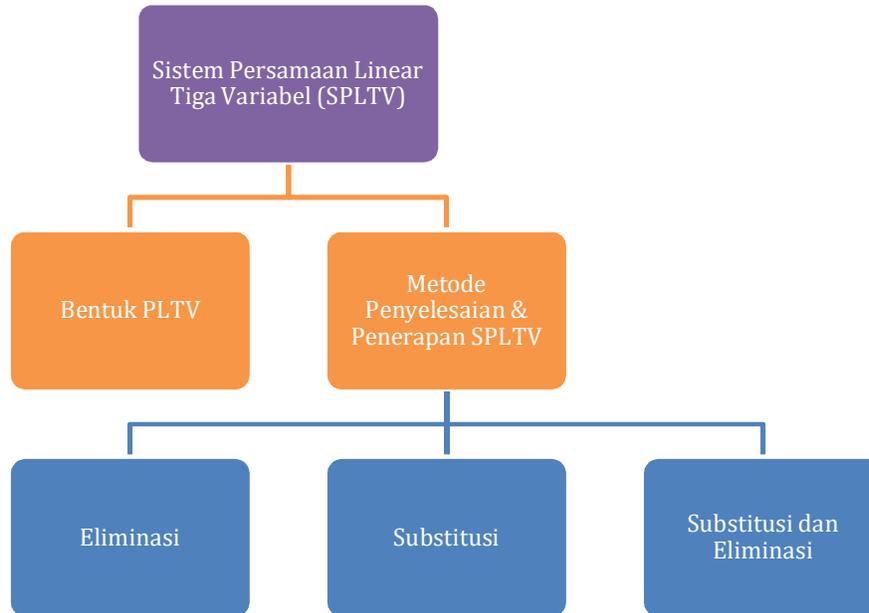
Penyelesaian SPLTV : bilangan pengganti dari variabel pada daerah definisi persamaan yang membuat persamaan menjadi pernyataan yang benar.

Metode subsitusi : sebuah metode pengerjaan persamaan linear dengan cara mengganti salah satu variabelnya dari salah satu persamaan dengan variabel yang diperoleh dari persamaan linear yang lainnya.

Metode eliminasi : sebuah metode pengerjaan sistem persamaan linear dengan cara menghilangkan salah satu variabelnya dengan cara menambahkan atau mengurangkan dengan menyamakan koefisien yang akan dihilangkan tanpa memperhatikan nilai positif maupun nilai negatif.

Metode campuran : sebuah metode pengerjaan SPLTV dengan menggunakan eliminasi dan subsitusi.

PETA KONSEP

Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)
Bentuk PLTV
Metode Penyelesaian & Penerapan SPLTV
Eliminasi
Substitusi
Substitusi dan Eliminasi

PENDAHULUAN

A. Identitas Modul

Mata Pelajaran : Matematika Umum
Kelas : X (Sepuluh)
Alokasi Waktu : 8 JP
Judul Modul : Sistem Persamaan Linear Tiga Variabel (SPLTV)

B. Kompetensi Dasar

3.3 Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari masalah kontekstual.

4.3 Menyelesaikan masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel.

C. Deskripsi Singkat Materi

Pada modul ini peserta didik akan mempelajari konsep, penyelesaian dan penerapan sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV). Untuk mempelajari modul ini, para peserta didik diharapkan telah menguasai dasar-dasar penjumlahan, pengurangan, perkalian, dan pembagian bilangan real. Selain penjelasan mengenai materi yang ditampilkan, modul ini juga dilengkapi dengan latihan untuk menguji pemahaman dan penguasaan dari peserta didik terhadap materi yang telah dipelajari. Modul ini disusun dengan bahasa yang sederhana, contoh-contoh yang kontekstual, dan dibuat berurutan sesuai dengan urutan materi yang terlebih dahulu perlu dikuasai. Setelah memahami materi ini peserta didik diharapkan dapat menentukan penyelesaian SPLTV dan menerapkan pada permasalahan dalam kehidupan sehari-hari. Materi ini merupakan salah satu prasyarat untuk mempelajari beberapa materi yang lain diantaranya materi Program Linear serta Barisan dan Deret.

D. Petunjuk Penggunaan Modul

Untuk mempelajari modul ini hal-hal yang perlu dilakukan oleh peserta didik adalah sebagai berikut.

1. Membaca pendahuluan modul untuk mengetahui arah pengembangan modul.
2. Membaca kompetensi dasar dan tujuan yang ingin dicapai melalui modul.
3. Membaca dan memahami peta konsep agar memperoleh gambaran yang utuh mengenai modul.
4. Mempelajari modul secara berurutan agar memperoleh pemahaman yang utuh.
5. Memahami contoh-contoh soal yang ada, dan mengerjakan semua soal latihan yang ada.
6. Mempelajari kembalih materi yang terkait jika dalam mengerjakan soal menemui kesulitan.
7. Mengikuti semua tahapan dan petunjuk yang ada pada modul ini.
8. Mempersiapkan alat tulis untuk mengerjakan soal-soal latihan.
9. Selamat belajar menggunakan modul ini, semoga bermanfaat.

E. Materi Pembelajaran

Modul ini terbagi menjadi **2** kegiatan pembelajaran dan di dalamnya terdapat uraian materi, contoh soal, soal latihan, dan soal evaluasi.

Pertama : Bentuk Persamaan Linear Tiga Variabel (PLTV)

Kedua : Metode Penyelesaian dan Penerapan SPLTV

KEGIATAN PEMBELAJARAN 1
BENTUK PERSAMAAN LINEAR TIGA VARIABEL (PLTV)

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 1 ini diharapkan peserta didik mampu:

1. Memahami konsep persamaan linear tiga variabel dan penggunaannya dalam menyelesaikan kehidupan sehari-hari.
2. Menyusun sistem persamaan linear tiga variabel dari permasalahan dalam kehidupan sehari-hari.

B. Uraian Materi

Bentuk Umum SPLTV

Peserta didik sekalian, sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV) merupakan sistem persamaan yang disusun oleh tiga persamaan linear dengan tiga variabel yang sama. Seperti halnya sistem persamaan linear satu variabel dan dua variabel yang telah kalian pelajari sebelumnya, sistem persamaan linear tiga variabel juga dapat diaplikasikan dalam kehidupan sehari-hari. SPLTV dapat dimanfaatkan untuk menyelesaikan berbagai masalah kontekstual yang berkaitan dengan permodelan secara matematis. Untuk lebih jelasnya marilah kita menyimak ilustrasi berikut.

Gambar 1. Ilustrasi Kios Buah
(Sumber: https://ezhpe.files.wordpress.com/2013/02/jual-buah.jpg)

Seorang pedagang buah hendak memenuhi persediaan buah di kiosnya. Berdasarkan penjualan sehari-hari ada tiga jenis buah yang banyak dicari oleh pembeli, yaitu buah nanas, pisang, dan mangga. Namun karena keterbatasan modal dia tidak dapat sekaligus

membeli buah-buahan yang banyak diminati tersebut. Oleh karenanya pedagang tersebut hanya dapat membeli jika modal sudah terkumpul. Hari pertama modal yang terkumpul adalah Rp 2.640.000,00 sehingga pedagang tersebut dapat membeli 3 dus buah nanas, 2 dus buah pisang, dan 5 dus buah mangga. Untuk hari kedua pedagang tersebut memperoleh modal Rp 1.510.000,00 dan dapat membeli 1 dus buah nanas, 3 dus buah pisang, serta 2 dus buah mangga. Sedangkan untuk hari ketiga dengan modal Rp 2.750.000,00 pedagang tersebut dapat membeli 4 dus buah nanas, 5 dus buah pisang, dan 3 dus buah mangga. Jika variabel x menunjukkan harga per dus buah nanas, variabel y menunjukkan harga per dus buah pisang dan variabel z menunjukkan harga per dus buah mangga. Bagaimana persamaan matematis yang dapat kalian bentuk dari permasalahan ini? Silahkan kalian menyimak penjelasan berikut ini.

Untuk menyelesaikan masalah kontekstual di atas, variabel x, y dan z sudah menunjukkan harga per dus buah masing-masing. Jika diuraikan:
x = harga per dus buah nanas
y = harga per dus buah pisang
z = harga per dus buah mangga
Maka, persamaan yang terbentuk

Hari pertama	:	$3x + 2y + 5z = 2640000$	persamaan (1)
Hari kedua	:	$x + 3y + 2z = 1510000$	persamaan (2)
Hari ketiga	:	$4x + 5y + 3z = 2750000$	persamaan (3)

Ketiga persamaan tersebut adalah persamaan matematis yang dapat terbentuk dari permasalahan pedagang buah di atas. Dari ilustrasi tersebut dapat dibuat sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV).

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Peserta didik sekalian, mudah bukan? Apakah kalian sudah memahami penjelasan di atas? Jika sudah marilah kita menyimpulkan materi yang telah dipelajari dalam kesimpulan di bawah ini. Kesimpulan bentuk umum dari persamaan linear tiga variabel adalah sebagai berikut.

$$a_1x + b_1y + c_1z = d_1$$

Sedangkan bentuk umum dari SPLTV adalah sebagai berikut.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$

Keterangan:
- Variabel adalah x, y dan z
- Koefisien adalah a_1, a_2, a_3, b_1, b_2, b_3, c_1, c_2, c_3
- Konstanta adalah d_1, d_2, d_3

Jika d_1, d_2, d_3 masing-masing bernilai nol, maka dinamakan sistem persamaan linear homogen, sedangkan jika tidak semuanya bernilai nol, maka sistem persamaan linearnya dinamakan sistem persamaan linear nonhomogen. Sekarang kalian pasti bertanya-tanya apa itu sistem persamaan linear homogen dan non homogen? Untuk menjawab rasa penasaran kalian silahkan membaca berbagai sumber bacaan tentang sistem persamaan linear homogen dan nonhomogen. Kegiatan membaca ini pasti sangat menarik karena sekaligus dapat meningkatkan kemampuan literasi kalian, betul demikian bukan?

Jika $x = x_0$, $y = y_0$, $z = z_0$ memenuhi sistem persamaan tersebut, maka akan berlaku hubungan:

$$\begin{cases} a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_1 \\ a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_2 \\ a_1x_0 + b_1y_0 + c_1z_0 = d_3 \end{cases}$$

Pasangan berurutan (x_0, y_0, z_0) disebut penyelesaian dari sistem persamaan linear tiga variabel dan $\{(x_0, y_0, z_0)\}$ disebut himpunan penyelesaian.

Berdasarkan pemaparan di atas beberapa *langkah dalam menyusun model matematika yang berbentuk SPLTV* adalah sebagai berikut.

1. Menyatakan atau menerjemahkan masalah ke dalam bahasa yang mudah dipahami. Ini adalah problem real.
2. Mengidentifikasi berbagai konsep matematika dan asumsi yang digunakan dan berkaitan dengan masalah. Ini adalah problem matematika.
3. Merumuskan model matematika atau kalimat matematika yang berkaitan dengan masalah. Ini adalah proses matematisasi.
4. Merumuskan SPLTV yang merupakan model matematika dari masalah tersebut.

Contoh 1:

Jika umur ibu, 5 tahun yang akan datang mempunyai umur 3 tahun kurangnya dari 10 kali lipat umur adik yang paling kecil. Ubahlah kalimat tersebut dalam bentuk persamaan matematika!

Alternatif Penyelesaian:

- ✓ Permasalahan di atas adalah umur ibu dan adik yang paling kecil. (Ini adalah problem real).
- ✓ Untuk menyederhanakan dan memudahkan langkah-langkah penyelesaiannya, maka digunakan permisalan. (Ini adalah problem matematika).

  Misalkan: x = umur ibu
  y = umur adik

- ✓ Persamaan matematikanya menjadi (Ini adalah proses matematisasi):

$$x + 5 = 10y - 3$$

Contoh 2:

Masa kehamilan rata-rata (dalam hari) dari gajah, badak, dan kerbau apabila dijumlahkan adalah 1.520 hari. Masa kehamilan badak adalah 58 hari lebih lama daripada kerbau. Dua kali masa kehamilan kerbau kemudian dikurangi 162 merupakan masa kehamilan gajah. Buatlah sistem persamaan linear tiga variabel dari informasi tersebut!

Alternatif Penyelesaian:

- ✓ Permasalahan di atas adalah masa kehamilan rata-rata (dalam hari) dari gajah, badak, dan kerbau. (Ini adalah problem real).
- ✓ Untuk menyederhanakan dan memudahkan langkah-langkah penyelesaiannya, maka digunakan permisalan. (Ini adalah problem matematika).

  Misalkan: p = masa kehamilan gajah

q = masa kehamilan badak
r = masa kehamilan kerbau

- ✓ Persamaan matematikanya menjadi (Ini adalah proses matematisasi):

$p + q + r = 1520$	$p + q + r = 1520$	persamaan (1)
$q = r + 58$	$q - r = 58$	persamaan (2)
$2r - 162 = p$	$-p + 2r = 162$	persamaan (3)

- ✓ SPLTV nya adalah sebagai berikut:

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Dari dua contoh di atas, dapatkah kalian mencari contoh-contoh lain penerapan SPLTV dalam kehidupan sehari-hari. Menurut kalian apakah SPLTV bermanfaat untuk dipelajari? Mengapa?

C. Rangkuman

1. Persamaan linear tiga variabel merupakan persamaan linear yang memiliki atau memuat 3 jenis variabel. Bentuk umum persamaan linear tiga variabel dapat dinyatakan sebagai $ax + by + cz = d$, di mana a, b, c konstan dengan a, b, dan c tidak keduanya nol.
2. Dua atau lebih persamaan linear tiga variabel dengan jenis variabel yang sama dapat membentuk sistem persamaan linear tiga variabel. Bentuk umum sistem persamaan linear tiga variabel dapat dinyatakan sebagai
$$\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1z = d_1 \\ a_2x + b_2y + c_2z = d_2 \\ a_3x + b_3y + c_3z = d_3 \end{cases}$$
3. Pasangan terurut (a, b, c) adalah penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel apabila nilai a, b dan c disubtitusikan ke dalam setiap persamaan menghasilkan pernyataan yang benar.

D. Latihan Soal

Soal Pilihan Ganda

Pilihlah satu jawaban yang paling benar.

1. Rani hendak membeli beberapa jenis buah-buahan yaitu, 5 kg buah apel, 2 kg buah jeruk dan 3 kg buah anggur dengan uang sebesar Rp 125.000,00. Ubahlah kalimat tersebut dalam bentuk persamaan matematis.
   A. $5x + 2y + 3z = 125000$
   B. $125000 + 5x + 2y + 3z = 0$
   C. $5x + 2y = 125000 + 3z$
   D. $5x = 125000 + 2y + 3z$
   E. $5x + 3z = 125000 + 2y$
2. Yang merupakan bentuk persamaan linear tiga variabel adalah… .
   A. $2y + y + 8 = 16$
   B. $3x + 2y = -z$
   C. $x + y + 5y = 20$

D. $-4z + z - 6 = 0$
E. $x + 7x + 18 = 0$

3. Sebuah bilangan terdiri atas 3 angka. Jumlah ketiga angkanya sama dengan 16. Jumlah angka pertama dan angka kedua sama dengan angka ketiga dikurangi dua. Persamaan matematika yang sesuai dengan soal adalah… .
A. $x + y + z = 16; x + y - z = -2$
B. $x + y + z = -2; x + y - z = 16$
C. $x + y + z = 3; x + y + z = 16$
D. $x + y - z = -2; x + y + z = 3$
E. $x + y + z = 3; x + y - z = -2$
4. sebuah tempat tisu terbuat dari kawat dengan panjang 48 cm. Kerangka tempat tisue tersebut memenuhi ketentuan khusus. Jika panjang kerangka ditambah tiga kali lebarnya dan dikurangi dua kali tingginya sama dengan 14 cm. Lebar balok ditambah dengan tingginya sama dengan panjang kerangka. Persamaan matematika yang sesuai adalah… .
A. $x + y + z = 48; x + 2y - 2z = 14; x = y + z$
B. $2x + 2y + 2z = 48; x + 2y - 2z = 14; x = y + z$
C. $x + y + z = 12; x + 2y - 2z = 14; x = y + z$
D. $2x + 2y + 2z = 12; x + 2y - 2z = 14; x = y + z$
E. $x + y + z = 48; x + y - z = 14; x = y + z$
5. Bentuk-bentuk berikut merupakan bentuk persamaan linear tiga variabel.
I. $3x - 2y + 6 = z$
II. $x + y + 4y = 0$
III. $-z + 4z + 7 = 8$
IV. $x + 7x - 5z = y$
V. $x + 7x + 18 = z$
A. V dan II
B. III dan IV
C. II dan V
D. I dan IV
E. IV dan V
6. Sebuah kotak berisi 58 karcis yang berwarna merah, kuning dan hijau. Dua kali karcis merah ditambah karcis kuning kemudian dikurangi dua kali karcis hijau sama dengan 30. Karcis merah dikurangi dua kali karcis kuning dan ditambah tiga kali karcis hijau sama degan 52. PLTV dari soal ini adalah sebagai berikut.
A. $x + y + z = 58; 2x + 2y - 2z = 30; x - 2y + 3z = 52$
B. $x + y + z = 52; 2x + 2y - 2z = 30; x - 2y + 3z = 58$
C. $x + y + z = 58; 2x + 2y - 2z = 52; x - 2y + 3z = 30$
D. $x + y + z = 52; 2x + 2y - 2z = 58; x - 2y + 3z = 30$
E. $x + y + z = 58; 2x + 2y - 3z = 30; x - 2y + 2z = 52$
7. Pada bulan Agustus pak Ahmad, pak Yudi dan pak Fauzi panen raya untuk buah jeruk. Hasil panen jeruk dari pak Fauzi lebih sedikit 15 kg dari pak Ahmad dan lebih banyak dari 15 kg dari pak Yudi. Persamaan matematis yang dapat menggambarkan kondisi tersebut adalah… .
A. $x + y = 15; x + z = 15$
B. $x + y = 15; y + z = 15$
C. $x = 15 - y; x + y = 15$
D. $x = y - 15; x = z + 15$
E. $x = y - 15; x = 15 - z$

8. Ibu Ira membeli 5 kg telur, 2 kg daging, dan 1 kg ikan dengan harga Rp 305.000,00. Ibu Budi membeli 3 kg telur dan 1 kg daging dengan harga Rp 131.000,00. Ibu Shifa membeli 3 kg daging dan 2 kg ikan dengan harga Rp 360.000,00. SPLTV dari permasalahan kontekstual ini adalah… .
   A. $\begin{cases} 5x + 2y + z = 305000 \\ 2x + y = 131000 \\ 3y + 2z = 360000 \end{cases}$
   B. $\begin{cases} 5x + 2y + z = 305000 \\ 3x + y = 131000 \\ 3y + z = 360000 \end{cases}$
   C. $\begin{cases} 5x + 2y + z = 305000 \\ 3x + y = 131000 \\ 3y + 2z = 360000 \end{cases}$
   D. $\begin{cases} 5x + 2y + z = 305000 \\ 3y + 2z = 131000 \\ 3x + 2z = 360000 \end{cases}$
   E. $\begin{cases} 5x + 2y + z = 305000 \\ 3x + z = 131000 \\ 3y + z = 360000 \end{cases}$
9. Ali, Badar, dan Carli berbelanja di sebuah toko buku. Ali membeli dua buah buku tulis, sebuah pensil, dan sebuah penghapus. Ali harus membayar Rp 4.700,00. Badar membeli sebuah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus. Badar harus membayar Rp 4.300,00. Carli membeli tiga buah buku tulis, dua buah pensil, dan sebuah penghapus. Carli harus membayar Rp 7.100,00. SPLTV yang sesuai untuk soal cerita ini adalah… .
   A. $\begin{cases} 2x + y + z = 4.300 \\ x + 2y + z = 4.700 \\ 3x + 2y + z = 7.100 \end{cases}$
   B. $\begin{cases} 2x + y + z = 4.700 \\ x + 2y + z = 7.100 \\ 3x + 2y + z = 4.300 \end{cases}$
   C. $\begin{cases} 3x + 2y + z = 4.700 \\ 2x + y + z = 4.300 \\ 3x + 2y + z = 7.100 \end{cases}$
   D. $\begin{cases} 3x + 2y + z = 4.300 \\ x + 2y + z = 4.700 \\ x + y + z = 7.100 \end{cases}$
   E. $\begin{cases} 2x + y + z = 4.700 \\ x + 2y + z = 4.300 \\ 3x + 2y + z = 7.100 \end{cases}$
10. Soal cerita berikut yang sesuai dengan SPLTV $\begin{cases} x + 3y + 2z = 33.000 \\ 2x + y + z = 23.500 \\ x + 2y + 3z = 36.500 \end{cases}$ adalah…
    A. Sebuah kios menjual bermacam-macam buah di antaranya jeruk, salak, dan apel. Seseorang yang membeli 1 kg jeruk, 2 kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp 33.000,00. Orang yang membeli 2 kg jeruk, 1 kg salak, dan 1 kg apel harus membayar Rp 23.500,00. Orang yang membeli 1 kg jeruk, 2 kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp 36.500,00. Berapakah harga per kilogram salak, harga per kilogram jeruk, dan harga per kilogram apel?
    B. Sebuah kios menjual bermacam-macam buah di antaranya jeruk, salak, dan apel. Seseorang yang membeli 1 kg jeruk, 2 kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp 33.000,00. Orang yang membeli 2 kg jeruk, 1 kg salak, dan 1 kg apel harus membayar Rp 23.500,00. Orang yang membeli 1 kg jeruk, 3 kg salak,

dan 2 kg apel harus membayar Rp 36.500,00. Berapakah harga per kilogram salak, harga per kilogram jeruk, dan harga per kilogram apel?

C. Sebuah kios menjual bermacam-macam buah di antaranya jeruk, salak, dan apel. Seseorang yang membeli 1 kg jeruk, 3 kg salak, dan 2 kg apel harus membayar Rp 33.000,00. Orang yang membeli 2 kg jeruk, 1 kg salak, dan 1 kg apel harus membayar Rp 23.500,00. Orang yang membeli 1 kg jeruk, 2 kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp 36.500,00. Berapakah harga per kilogram salak, harga per kilogram jeruk, dan harga per kilogram apel?

D. Sebuah kios menjual bermacam-macam buah di antaranya jeruk, salak, dan apel. Seseorang yang membeli 1 kg jeruk, 3 kg salak, dan 2 kg apel harus membayar Rp 36.500,00. Orang yang membeli 2 kg jeruk, 1 kg salak, dan 1 kg apel harus membayar Rp 23.500,00. Orang yang membeli 1 kg jeruk, 2 kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp 33.000,00. Berapakah harga per kilogram salak, harga per kilogram jeruk, dan harga per kilogram apel?

E. Sebuah kios menjual bermacam-macam buah di antaranya jeruk, salak, dan apel. Seseorang yang membeli 1 kg jeruk, 3 kg salak, dan 2 kg apel harus membayar Rp 23.500,00. Orang yang membeli 2 kg jeruk, 1 kg salak, dan 1 kg apel harus membayar Rp 33.000,00. Orang yang membeli 1 kg jeruk, 2 kg salak, dan 3 kg apel harus membayar Rp 36.500,00. Berapakah harga per kilogram salak, harga per kilogram jeruk, dan harga per kilogram apel?

Kunci dan Pembahasan

1. A
   Misal: x = buah apel, y = buah jeruk, dan z = buah anggur
   Jumlah uang Rp 125.000,00, sehingga persamaan matematikanya menjadi
   $5x + 2y + 3z = 125000$
2. B
   Sesuai definisi persamaan linear tiga variabel adalah persamaan linear yang memiliki tiga variabel. Dari pilihan yang ada hanya persamaan $3x + 2y = -z$ yang memiliki tiga variabel yaitu: x, y, dan z.
3. A
   Misal: x = angka pertama, y = angka kedua, dan z = angka ketiga, sehingga bentuk persamaannya menjadi:
   $x + y + z = 16$; $x + y - z = -2$
4. C
   Misal: x = panjang kotak tisue, y = lebar kotak tisue, dan z = tinggi kotak tisue, sehingga dari yang diketahui bentuk persamaannya menjadi:
   4x + 4y + 4z = 48 (karena panjang, lebar, dan tinggi kotak tisue masing-masing terdiri dari 4 sisi) yang disederhanakan menjadi $x + y + z = 12$; $x + 2y - 2z = 14$; $x = y + z$
5. D
   Sesuai definisi persamaan linear tiga variabel adalah persamaan linear yang memiliki tiga variabel. Dari pilihan yang ada hanya persamaan I: $3x - 2y + 6 = z$ dan IV: $x + 7x - 5z = y$ yang memiliki tiga variabel yaitu: x, y, dan z.
6. A
   Misal: x = kartu merah, y = kartu kuning, dan z = kartu hijau. Sesuai dengan yang diketahui pada soal cerita, maka diperoleh PLTV berikut.
   $x + y + z = 58$; $2x + 2y - 2z = 30$; $x - 2y + 3z = 52$
7. D
   Misal: x = panen jeruk Pak Ahmad, y = Panen jeruk Pak Yudi, dan z = Panen jeruk Pak Fauzi. Sesuai dengan yang diketahui pada soal cerita, maka diperoleh persamaan matematikanya adalah:
   $x = y - 15$; $x = z + 15$
8. C
   Misal: x = telur, y = daging, dan z = ikan. Sesuai dengan yang diketahui pada soal cerita dibuatlah persamaan matematika sebagai berikut.
   $5x + 2y + z = 305000$; $3x + y = 131000$; $3y + 2z = 360000$.
   Dari persamaan tersebut diperoleh SPLTV $\begin{cases} 5x + 2y + z = 305000 \\ 3x + y = 131000 \\ 3y + 2z = 360000 \end{cases}$
9. E
   Misal: x = buku tulis, y = pensil, dan z = penghapus. Sesuai dengan yang diketahui pada soal cerita dibuatlah persamaan matematika sebagai berikut.
   $2x + y + z = 4.700$; $x + 2y + z = 4.300$; $3x + 2y + z = 7.100$
   Dari persamaan tersebut diperoleh SPLTV $\begin{cases} 2x + y + z = 4.700 \\ x + 2y + z = 4.300 \\ 3x + 2y + z = 7.100 \end{cases}$
10. C
    Diketahui SPLTV $\begin{cases} x + 3y + 2z = 33.000 \\ 2x + y + z = 23.500 \\ x + 2y + 3z = 36.500 \end{cases}$.

Misal: x = jeruk, y = salak, dan z = apel. Dari SPLTV diketahui persamaan 1 berbunyi 1 kg jeruk, 3 kg salak, dan 2 kg apel seharga Rp 33.000,00. Persamaan 2 berbunyi 2 kg jeruk, 1 kg salak, dan 1 kg apel seharga Rp 23.500,00. Persamaan 2 berbunyi 1 kg jeruk, 2 kg salak, dan 3 kg apel seharga Rp 36.500,00.

Nilai Latihan soal ini adalah: $\frac{Jumlah\ jawaban\ benar}{10} x\ 100$

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
1	Apakah Saya dapat menentukan permasalahan dalam sebuah soal cerita?	Ya	Tidak
2	Apakah Saya dapat menggunakan konsep variabel dalam sebuah soal cerita?	Ya	Tidak
3	Apakah Saya dapat membuat persamaan matematika dari sebuah soal cerita?	Ya	Tidak
4	Apakah Saya dapat menyusun SPLTV dalam sebuah soal cerita?	Ya	Tidak

Bila ada jawaban "Tidak", maka segeralah kalian lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak"

KEGIATAN PEMBELAJARAN 2
METODE PENYELESAIAN DAN PENERAPAN SPLTV

A. Tujuan Pembelajaran

Setelah kegiatan pembelajaran 2 ini diharapkan peserta didik:

1. Terampil melakukan operasi aljabar yang melibatkan sistem persamaan linear tiga variabel serta penggunaannya untuk menyelesaikan masalah kontekstual dalam kehidupan sehari-hari.
2. Terbentuk dan memiliki sikap kemandirian, bertindak logis, tidak mudah menyerah dan percaya diri menggunakan matematika untuk menyelesaikan masalah dalam kehidupan sehari-hari.

B. Uraian Materi

1. Metode Penyelesaian SPLTV

Para peserta didik sekalian, tentu kalian ingat dengan ilustrasi penjual buah yang telah dipelajari pada Kegiatan Pembelajaran 1. Apakah kalian merasa bahwa materi yang dipelajari pada Kegiatan Pembelajaran 1 belum lengkap? Jika iya, apakah kalian tahu penyebabnya? Ya, betul sekali pada Kegiatan Pembelajaran 1 kalian belum mempelajari bagaimana mencari penyelesaian dari SPLTV. Pasti kalian sudah penasaran bukan? Baiklah mari kita melanjutkan pada Kegiatan Pembelajaran 2.

Pada Kegiatan Pembelajaran 2 ini kalian akan mempelajari metode atau teknik dalam menyelesaikan SPLTV. Kita akan mulai dengan melanjutkan mencari penyelesaian permasalahan penjual buah. Tentu kalian masih ingat bukan masalah yag dihadapi oleh penjual buah tersebut?
Ilustrasi masalah di kios buah. Seorang pedagang buah hendak memenuhi persediaan buah di kiosnya. Berdasarkan penjualan sehari-hari ada tiga jenis buah yang banyak dicari oleh pembeli, yaitu buah nanas, pisang, dan mangga. Namun karena keterbatasan modal dia tidak dapat sekaligus membeli buah-buahan yang banyak diminati tersebut. Oleh karenanya pedagang tersebut hanya dapat membeli jika modal sudah terkumpul. Hari pertama modal yang terkumpul adalah Rp 2.640.000,00 sehingga pedagang tersebut dapat membeli 3 dus buah nanas, 2 dus buah pisang, dan 5 dus buah mangga. Untuk hari kedua pedagang tersebut memperoleh modal Rp 1.510.000,00 dan dapat membeli 1 dus buah nanas, 3 dus buah pisang, serta 2 dus buah mangga. Sedangkan untuk hari ketiga dengan modal Rp 2.750.000,00 pedagang tersebut dapat membeli 4 dus buah nanas, 5 dus buah pisang, dan 3 dus buah mangga. Variabel x menunjukkan harga per dus buah nanas, variabel y menunjukkan harga per dus buah pisang dan variabel z menunjukkan harga per dus buah mangga. Untuk merapikan pembukuan keuangannya penjual buah harus membuat laporan pengeluaran setiap hari. Jika pengeluaran yang ditulis pada pembukuan dinyatakan dalam satuan dus, apa yang harus dilakukan oleh penjual buah tersebut? Dapatkah kalian membantu penjual buah menyelesaikan laporan keuangannya? Untuk membantu penjual buah menyelesaikan masalahnya, silahkan menyimak penjelasan berikut ini.

Hal pertama yang harus dilakukan oleh penjual buah tersebut adalah menentukan harga per dus buah nanas, pisang, dan mangga. Bagaimana caranya? Apakah kalian tahu?

Ada beberapa metode untuk menenentukan penyelesaian SPLTV. Pada kegiatan kali ini ada tiga metode yang dapat dipelajari, ialah sebagai berikut.

1. Metode Substitusi
2. Metode Eliminasi
3. Metode Substitusi dan Eliminasi (Campuran)

Berikut adalah penjelasan dari ketiga metode penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel (SPLTV).

1. Metode Substitusi

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode substitusi, digunakan langkah-langkah sebagai berikut.

- Langkah 1
  Pilihlah salah satu persamaan yang sederhana kemudian nyatakan salah satu variabel ke dalam dua variabelnya lainnya. Misalkan dipilih persamaan linear kedua dan kita nyatakan x ke dalam variabel y dan z.
- Langkah 2
  Substitusikan/masukkan persamaan di langkah 1 kedalam kedua persamaan yang lain sehingga terbentuk sistem persamaan linear dua variabel yang baru.
- Langkah 3
  Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang baru untuk menentukan nilai y dan z. Substitusikan kedua nilai ini untuk menentukan nilai x sehingga diperoleh penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel.

Contoh: dari ilustrasi masalah penjual buah diperoleh SPLTV berikut.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode substitusi kita dapat menentukan nilai x, y, dan z.

Alternatif Penyelesaian:

$3x + 2y + 5z = 2640000 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.(1)$
$x + 3y + 2z = 1510000 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.(2)$
$4x + 5y + 3z = 2750000 \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots.(3)$

Persamaaan (2) diubah kedalam fungsi y dan z, diperoleh:

x = 1510000 – 3y – 2z……………………...(4)

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (1), diperoleh:

3(1510000 – 3y – 2z) + 2y + 5z = 2640000
4530000 – 9y – 6z + 2y + 5z = 2640000
– 7y – z = – 1890000
7y + z = 1890000……………………... (5)

Substitusikan persamaan (4) ke persamaan (3), diperoleh:

4(1510000 – 3y – 2z) + 2y + 5z = 2750000
6040000 – 12y – 8z + 5y + 3z = 2750000
– 7y – 5z = – 3290000
7y + 5z = 3290000……………………... (6)

Persamaaan (5) diubah kedalam fungsi y, diperoleh:

z = 1890000 – 7y ……………..(7)

Substitusikan persamaan (7) ke persamaan (6), diperoleh:

7y + 5(1890000 – 7y) = 3290000
7y + 9450000 – 35y = 3290000
– 28y = – 6160000
$y = \frac{-616000}{-28}$
y = 220000 ……………………(8)

Substitusikan persamaan (8) ke persamaan (7), diperoleh:

z = 1890000 – 7(220000)
z = 1890000 – 1540000
z = 350000 ……………………(9)

Substitusikan persamaan (8) dan (9) ke persamaan (4), diperoleh:

x = 1510000 – 3(220000) – 2(350000)
x = 1510000 – 660000 – 700000
x = 1510000 – 1360000
x = 150000

Dari langkah-langkah penyelesaian di atas diperoleh x = 150000, y = 220000, dan z = 350000. Jika dikembalikan ke permisalan diperoleh harga per dus buah nanas adalah Rp 150.000,00, harga per dus buah pisang adalah Rp 220.000,00, dan harga per dus buah mangga adalah Rp 350.000,00. Bagaimana peserta didik sekalian? Mudah bukan? Apakah di antara kalian masih ada yang kesulitan memahami metode substitusi? Jika iya, kalian dapat membaca kembali dan memahami satu per satu langkah-langkah penyelesaiannya.

2. Metode Eliminasi

Adapun langkah-langkah untuk menyelesaikan SPLTV dengan metode eliminasi adalah sebagai berikut.
- Langkah 1:
  Pilih persamaan yang memuat bentuk variabel yang paling sederhana. Eliminasi atau hilangkan salah satu variabel (misal x) sehingga diperoleh sistem persamaan dua variabel.
- Langkah 2:
  Eliminasi salah satu variabel dalam sistem persamaan dua variabel (misal y) sehingga diperoleh nilai salah satu variabel. Eliminasi variabel lainnya (yaitu z) untuk memperoleh nilai variabel yang kedua.
- Langkah 3:
  Tentukan nilai variabel ketiga (yaitu x) berdasarkan nilai (y dan z) yang diperoleh.

Contoh: dari ilustrasi masalah penjual buah diperoleh SPLTV berikut.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi kita dapat menentukan nilai x, y, dan z.
Alternatif Penyelesaian:

$3x + 2y + 5z = 2640000 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$
$x + 3y + 2z = 1510000 \ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$
$4x + 5y + 3z = 2750000 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(3)$

Eliminasi variabel x menggunakan persamaan (2) dan (1):

$$\begin{array}{r|l|l} x + 3y + 2z = 1510000 & \text{x3} & 3x + 9y + 6z = 4530000 \\ 3x + 2y + 5z = 2640000 & \text{x1} & \underline{3x + 2y + 5z = 2640000} \ - \\ & & 7y + z = 1890000 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4) \end{array}$$

Eliminasi variabel x menggunakan persamaan (2) dan (3):

$$\begin{array}{r|l|l} x + 3y + 2z = 1510000 & \text{x4} & 4x + 12y + 8z = 6040000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 & \text{x1} & \underline{3x + 2y + 5z \ = 2640000} \ - \\ & & 7y + 5z \ = 3290000 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (5) \end{array}$$

Eliminasi variabel y menggunakan persamaan (4) dan (5):

$$\begin{array}{r} 7y + z = 1890000 \\ \underline{7y + 5z = 3290000} \ - \\ -4z = -1400000 \\ z = \frac{-1400000}{-4} \\ z = 350000 \end{array}$$

Eliminasi variabel z menggunakan persamaan (4) dan (5):

$$\begin{array}{r|l|l} 7y + z = 1890000 & \text{x5} & 35y + 5z = 9450000 \\ 7y + 5z = 3290000 & \text{x1} & \underline{7y + 5z = 3290000} \ - \\ & & 28y = 6160000 \\ & & y = \frac{6160000}{28} \\ & & y = 220000 \end{array}$$

x = 1510000 – 3(220000) – 2(350000)
x = 150000

Dari langkah-langkah penyelesaian di atas diperoleh x = 150000, y = 220000, dan z = 350000. Jika dikembalikan ke permisalan diperoleh harga per dus buah nanas adalah Rp 150.000,00, harga per dus buah pisang adalah Rp 220.000,00, dan harga per Poll Apakah di antara kalian masih ada yang kesulitan memahami metode eliminasi? Jika iya, kalian dapat membaca kembali dan memahami satu per satu langkah-langkah penyelesaiannya. Bandingkan antara metode substitusi dan eliminasi, manakah di antara keduanya yang menurut kalian lebih mudah?

3. Metode Eliminasi – Substitusi (Campuran)

Untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel dengan menggunakan metode eliminasi, menggunakan langkah-langkah sebagai berikut.

- Langkah 1
  Pilihlah variabel mana dari persamaan yang mau dihilangkan atau dieliminasi, misalkan variabel x yang akan dieliminasi. Samakan koefi sien x pada persamaan pertama dan persamaan kedua, dengan cari mengalikan persamaan dengan bilangan sehingga tetap ekivalen. Kurangkan persamaan dengan persamaan kedua sehingga diperoleh persamaan linear dua variabel baru yang pertama.
- Langkah 2
  Samakan koefi sien x pada persamaan pertama dan persamaan ketiga, dengan cari mengalikan persamaan dengan sebuah sehingga tetap ekivalen. Kurangkan persamaan dengan persamaan ketiga sehingga diperoleh persamaan linear dua variabel baru yang ke dua.
- Langkah 3
  Selesaikan sistem persamaan linear dua variabel yang baru sehingga diperoleh nilai y dan z. Substitusikan nilai y dan x ke salah satu persamaan tiga variabel untuk memperoleh nilai x.

Contoh: dari ilustrasi masalah penjual buah diperoleh SPLTV berikut.

$$\begin{cases} 3x + 2y + 5z = 2640000 \\ x + 3y + 2z = 1510000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 \end{cases}$$

Dengan menggunakan metode eliminasi – substitusi kita dapat menentukan nilai x, y, dan z.

Alternatif Penyelesaian:

$3x + 2y + 5z = 2640000 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(1)$
$x + 3y + 2z = 1510000 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(2)$
$4x + 5y + 3z = 2750000 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots.(3)$

Eliminasi variabel x menggunakan persamaan (2) dan (1):

$$\begin{array}{r|l|l} x + 3y + 2z = 1510000 & \times 3 & 3x + 9y + 6z = 4530000 \\ 3x + 2y + 5z = 2640000 & \times 1 & \underline{3x + 2y + 5z = 2640000} \; - \\ & & 7y + z = 1890000 \ldots\ldots (4) \end{array}$$

Eliminasi variabel x menggunakan persamaan (2) dan (3):

$$\begin{array}{r|l|l} x + 3y + 2z = 1510000 & \times 4 & 4x + 12y + 8z = 6040000 \\ 4x + 5y + 3z = 2750000 & \times 1 & \underline{3x + 2y + 5z = 2640000} \; - \\ & & 7y + 5z = 3290000 \ldots\ldots (5) \end{array}$$

Eliminasi variabel y menggunakan persamaan (4) dan (5):

$$\begin{aligned} 7y + z &= 1890000 \\ \underline{7y + 5z} &\underline{= 3290000} \; - \\ -4z &= -1400000 \\ z &= \frac{-1400000}{-4} \\ z &= 350000 \ldots\ldots (6) \end{aligned}$$

Sustitusikan persamaan (6) ke persamaan (4), diperoleh:

$$7y + 350000 = 1890000$$
$$7y = 1890000 - 350000$$
$$7y = 1540000$$
$$y = \frac{1540000}{7}$$
$$y = 220000 \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots..(7)$$

Substitusikan persamaan (6) dan (7) ke pesamaan (2), diperoleh:

$$x = 1510000 - 3(220000) - 2(350000)$$
$$x = 150000$$

Dari langkah-langkah penyelesaian di atas diperoleh x = 150000, y = 220000, dan z = 350000. Jika dikembalikan ke permisalan diperoleh harga per dus buah nanas adalah Rp 150.000,00, harga per dus buah pisang adalah Rp 220.000,00, dan harga per dus buah mangga adalah Rp 350.000,00. Bagaimana peserta didik sekalian? Mudah bukan? Apakah di antara kalian masih ada yang kesulitan memahami metode eliminasi – substitusi? Jika iya, kalian dapat membaca kembali dan memahami satu per satu langkah-langkah penyelesaiannya. Bandingkan antara ketiga metode yang sudah kalian pelajari, manakah di antara ketiganya yang menurut kalian lebih mudah? Dalam kasus lain, dengan SPLTV yang sama, maka dapat dikatakan bahwa penyelesaian SPLTV adalah (150000, 220000, dan 350000). Sedangkan himpunan penyelesaian HP = {(150000, 220000, 350000)}.

2. Penerapan SPLTV

Peserta didik sekalian, bagaimana penjelasan tentang ketiga metode untuk menyelesaikan SPLTV? Cukup mudah bukan? Setelah kalian mempelajari tiga metode tersebut, maka kita boleh menggunakan ketiganya untuk menyelesaikan masalah kontekstual dalam kehidupan sehari-hari terkait dengan SPLTV. Untuk itu silahkan kalian mencermati ilustrasi dan pembahasan berikut.

Contoh:

Gambar 2. Ilustrasi Kegiatan Posyandu
(Sumber: https://www.nusabali.com/index.php/berita/39612/dpmd-gelar-rakor-posyandu)

Di sebuah Puskesmas terdapat beberapa map untuk administrasi kegiatan Posyandu. Dari beberapa map tersebut, terdapat sebuah map berisi 12 Kartu Menuju Sehat (KMS) yang berwarna merah, kuning dan hijau untuk satu kali kegiatan Posyandu. Kartu merah untuk

bayi usia 0 – 6 bulan, kartu kuning untuk bayi usia 6 – 12 bulan, sedangkan kartu hijau untuk usia 1 – 2 tahun. Dua kali kartu merah dikurangi satu kartu kuning kemudian ditambah satu kartu hijau sama dengan 6. Tiga kali kartu merah ditambah dua kali kartu kuning dan dikurangi satu kali kartu hijau sama degan 8. Berapakah jumlah bayi usia 0 – 6 bulan, 6 – 12 bulan, dan 1 – 2 tahun pada kegiatan Posyandu tersebut? Setiap bayi yang datang ke Posyandu harus diberi vaksin. Jika vaksin yang tersedia untuk bayi usia 0 – 6 bulan, bayi usia 6 – 12 bulan, dan 1 – 2 tahun masing-masing berjumlah 10 buah, maka berapakah masing-masing sisa vaksin yang tidak digunakan dalam kegiatan Posyandu untuk bayi usia 0 – 6 bulan, bayi usia 6 – 12 bulan, dan 1 – 2 tahun?

Alternatif Penyelesaian:

Misalkan: x = kartu merah
y = kartu kuning
z = kartu hijau

Dari permisalan diperoleh SPLTV:

$$\begin{cases} x + y + z = 12 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1) \\ 2x - y + z = 6 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2) \\ 3x + 2y - z = 8 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (3) \end{cases}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (1) dan (2)

$$\begin{array}{l} x + y + z = 12 \\ \underline{2x - y + z = 6 \; -} \\ -x + 2y = 6 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4) \end{array}$$

Eliminasi variabel z dari persamaan (1) dan (3) atau (2) dan (3). Misal dipilih persamaan (2) dan (3), maka:

$$\begin{array}{l} 2x - y + z = 6 \\ \underline{3x + 2y - z = 8 \; +} \\ 5x + y = 14 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5) \end{array}$$

Eliminasi persamaan (4) dan (5)

$$\begin{array}{lll} -x + 2y = 6 & |x1| \Leftrightarrow & -x + 2y = 6 \\ 5x + y = 14 & |x2| \Leftrightarrow & \underline{10x + 2y = 28 \; -} \\ & & -11x = -22 \\ & & x = 2 \end{array}$$

Nilai $x = 2$ disubstitusi ke persamaan (4) atau (5). Misal dipilih persamaan (5), maka:

$$\begin{aligned} 5x + y &= 14 \\ 5.2 + y &= 14 \\ y &= 14 - 10 \\ y &= 4 \end{aligned}$$

Nilai $x = 2$ dan $y = 4$ disubstitusi ke (1), (2), atau (3). Misal dipilih persamaan (1), maka:

$$\begin{aligned} x + y + z &= 12 \\ 2 + 4 + z &= 12 \\ z &= 12 - 6 = 6 \end{aligned}$$

Dari langkah-langkah penyelesaian di atas diperoleh x = 2, y = 4, dan z = 6. Jika dikembalikan ke permisalan diperoleh:
Jumlah kartu merah adalah 2
Jumlah kartu kuning adalah 4
Jumlah kartu hijau adalah 6.
Oleh karena itu dapat disimpulkan bahwa pada kegiatan Posyandu terdapat:
Jumlah bayi usia 0 – 6 bulan: 2 orang
Jumlah bayi usia 6 – 12 bulan: 4 orang
Jumlah bayi usia 1 – 2 tahun: 6 orang

Lalu bagaimana menentukan banyaknya vaksin yang tersisa? Untuk mencari banyaknya vaksin yang tersisa adalah sebagai berikut.
Banyaknya vaksin masing-masing ada 10 buah, jadi banyaknya vaksin yang tersisa adalah sebagai berikut.
Sisa vaksin untuk bayi usia 0 – 6 bulan = 10 – 2 = 8
Sisa vaksin untuk bayi usia 6 – 12 bulan = 10 – 4 = 6
Sisa vaksin untuk bayi usia 1 – 2 tahun = 10 – 6 = 4

Bagaimana peserta didik sekalian? Mudah bukan? Apakah di antara kalian masih ada yang kesulitan memahami metode untuk menentukan penyelesaian permasalahan kontekstual dalam kehidupan sehari-hari terkait SPLTV? Jika iya, kalian dapat membaca kembali dan memahami satu per satu penjelasan yang telah diuraikan.

Contoh:

Tentukan himpunan penyelesaian x, y dan z dari sistem persamaan linear tiga variabel berikut: $\begin{cases} 3x - y + 2z = 15 \\ 2x + y + z = 13 \\ 3x + 2y + 2z = 24 \end{cases}$

Alternatif Jawaban:

$3x - y + 2z = 15$ ………………….. (1)
$2x + y + z = 13$ ………………….. (2)
$3x + 2y + 2z = 24$ ………………….. (3)

Langkah pertama, Gunakan metode eliminasi terhadap salah satu persamaan terlebih dahulu.
Eliminasi persamaan (1) dan (2) :

$$\begin{array}{lll} 3x - y + 2z = 15 & \mid \times 1 \rightarrow & 3x - y + 2z = 15 \\ 2x + y + z = 13 & \mid \times 2 \rightarrow & \underline{4x + 2y + 2z = 26} \; - \\ & & -x - 3y = -11 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (4) \end{array}$$

Eliminasi persamaan (2) dan (3) :

$$\begin{array}{lll} 2x + y + z = 13 & \mid \times 2 \rightarrow & 4x + 2y + 2z = 26 \\ 3x + 2y + 2z = 24 & \mid \times 1 \rightarrow & \underline{3x + 2y + 2z = 24} \; - \\ & & x = 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (5) \end{array}$$

Langkah kedua, Karena dari persamaan (5) sudah didapatkan nilai x, sekarang tinggal menggunakan metode substitusi terhadap persamaan (4)

Substitusi persamaan (5) ke (4) :

$$\begin{aligned} -x - 3y &= -11 \\ -(2) - 3y &= -11 \\ 3y &= -11 + 2 \\ 3y &= 9 \\ y &= 3 \end{aligned}$$

Langkah ketiga, karena sudah didapatkan nilai x dan y. Langsung saja disubtitusikan nilai x dan y pada salah satu persamaan 1, 2, atau 3 untuk mengetahui nilai z:

Substitusi nilai y ke persamaan (2) :

$$\begin{aligned} 2x + y + z &= 13 \\ 2(2) + 3 + z &= 13 \\ 4 + 3 + z &= 13 \\ 7 + z &= 13 \\ z &= 13 - 7 \\ z &= 6 \end{aligned}$$

Maka himpunan penyelesaian dari sistem persamaan linear tersebut adalah {(2, 3, 6)}.

Apakah kalian sudah memahami penjelasan dari kedua contoh yang ada? Ada perbedaan model soal dari contoh pertama dan kedua. Pada contoh pertama soal berbentuk cerita dan bentuk persamaan linear tiga variabelnya belum ada. Jadi kita harus membuat persamaannya terlebih dahulu. Hal ini berbeda dengan contoh kedua, di mana bentuk persamaan linear tiga variabelnya sudah ada. Sehingga kita tidak perlu membuat persamaan linear tiga variabelnya dan dapat langsung menyelesaikan dengan menggunakan metode yang ada. Menurut kalian profesi apa dalam kehidupan sehari-hari yang sering menggunakan penerapan SPLTV ini? Mengapa?

C. Rangkuman

1. Terdapat tiga metode untuk menyelesaikan sistem persamaan linear tiga variabel pada kegiatan pembelajaran kali ini, yaitu: metode subtitusi, metode eliminasi, dan metode eliminasi – substitusi.
2. Secara umum, langkah-langkah penyelesaian masalah kontekstual yang berkaitan dengan sistem persamaan linear tiga variabel adalah sebagai berikut:
   - Menyelesaikan model matematika dengan menggunakan metode penyelesaian dan operasi aljabar secara tepat.
   - Menafsirkan dan memeriksa kesesuaian dan masuk akalnya jawaban dari model matematika terhadap masalah semula, untuk mendapat solusi dari masalah.

D. Latihan Soal

Soal Pilihan Ganda

Pilihlah satu jawaban yang paling benar.

1. Tentukan himpunan penyelesaian sistem persamaan linear tiga variabel berikut.
$$\begin{cases} 2x + 5y - 3z = 3 \\ 6x + 8y - 5z = 7 \\ -3x + 3y + 4y = 15 \end{cases}$$
A. $\{(1, 2, 3)\}$
B. $\{(3, 7, 15)\}$
C. $\{(2, 6, -3)\}$
D. $\{(1, 3, 2)\}$
E. $\{(15, 7, 3)\}$

2. Tentukan nilai z jika diketahui SPLTV berikut $\begin{cases} x + y + z = -6 \\ x + y - 2z = 3 \\ x - 2y + z = 9 \end{cases}$.
A. – 5
B. – 3
C. – 1
D. 1
E. 2

3. Toko alat tulis pak rudi menjual alat tulis berisi buku, spidol, dan tinta dalam 3 jenis paket sebagai berikut. Paket A: 3 buku, 1 spidol, 2 tinta seharga Rp 17.200,00. Paket B: 2 buku, 2 spidol, 3 tinta seharga Rp 19.700,00. Paket C: 1 buku, 2 spidol, 2 tinta seharga Rp 14.000,00. Hitunglah harga 1 buku + 1 spidol + 1 tinta.
A. Rp 2.800,00
B. Rp 3.000,00
C. Rp 5.800,00
D. Rp 8.500,00
E. Rp 11.500,00

4. Tiga bersaudara Lia, Ria, dan, Via berbelanja di toko buah. Mereka membeli Apel, Jambu, dan Mangga dengan hasil masing-masing sebagai berikut: Lia membeli dua buah Apel, satu buah Jambu, dan satu buah Mangga seharga Rp47.000,00. Ria membeli satu buah Apel, dua buah Jambu, dan satu buah Mangga seharga Rp43.000,00. Via membeli tiga buah Apel, dua buah Jambu, dan satu buah Mangga seharga Rp71.000,00. Ibu memberikan uang sebesar Rp 100.000,00 kepada Lia. Jika Ibu menyuruh Lia untuk membeli 2 Apel, 3 Jambu, dan 1 Mangga, berapakah sisa uang kembalian yang akan diberikan Lia kepada Ibu?
A. Rp 71.000,00
B. Rp 67.000,00
C. Rp 47.000,00
D. Rp 43.000,00
E. Rp 33.000,00

5. Masa kehamilan rata-rata (dalam hari) dari sapi, kuda dan kerbau apabila dijumlahkan adalah 975 hari. Masa kehamilan kerbau lebih lama 85 hari dari masa kehamilan sapi. Dua kali masa kehamilan sapi ditambah masa kehamilan kerbau sama dengan 3 kali masa kehamilan kuda dikurang 65. Berapa hari rata-rata masa kehamilan masing-masing hewan?
   A. kerbau: 330 hari, sapi: 280 hari, kuda: 365 hari
   B. kerbau: 330 hari, sapi: 365 hari, kuda: 280 hari
   C. kerbau: 365 hari, sapi: 330 hari, kuda: 280 hari
   D. kerbau: 365 hari, sapi: 330 hari, kuda: 330 hari
   E. kerbau: 365 hari, sapi: 280 hari, kuda: 330 hari

Kunci dan Pembahasan

1. A

   Alternatif Penyelesaian:

   Dari SPLTV beri nama persamaan yang ada
   $2x + 5y - 3z = 3$ ... (1)
   $6x + 8y - 5z = 7$ ... (2)
   $-3x + 3y + 4z = 15$ ... (3)

   Eliminasikan variabel z menggunakan (1) dan (2):
   $2x + 5y - 3z = 3$ |×5| ⇔ $10x + 25y - 15z = 15$
   $6x + 8y - 5z = 7$ |×3| ⇔ $18x + 24y - 15z = 21$ –
   $-8x + y = -6$ ... (4)

   Eliminasikan variabel z menggunakan (1) dan (3):
   $2x + 5y - 3z = 3$ |×4| ⇔ $8x + 20y - 12z = 12$
   $-3x + 3y + 4z = 15$ |×3| ⇔ $-9x + 9y + 12z = 45$ +
   $-x + 29y = 57$ ... (5)

   Eliminasikan variabel y menggunakan (4) dan (5):
   $-8x + y = -6$ |×29| ⇔ $-232x + 29y = -174$
   $-x + 29y = 57$ |×1| ⇔ $-x + 29y = 57$ –
   $-231x = -231$
   $x = 1$

   Substitusikan x ke (4):
   $-8x + y = -6$
   $-8(1) + y = -6$
   $-8 + y = -6$
   $y = 8 - 6$
   $y = 2$

   Kemudian, subsitusikan x dan y ke persamaan (1), diperoleh:
   $2x + 5y - 3z = 3$
   $2(1) + 5(2) - 3z = 3$
   $2 + 10 - 3z = 3$
   $12 - 3z = 3$
   $-3z = 3 - 12 = -9$
   $z = -9/-3$
   $z = 3$

   Jadi, himpunan penyelesaiannya adalah {(1, 2, 3)}

2. B

   Alternatif Penyelesaian:

   Dari SPLTV yang ada beri nama persamaan, menjadi
   $x + y + z = -6$ ... (1)
   $x + y - 2z = 3$ ...(2)
   $x - 2y + z = 9$ ...(3)

Tentukan persamaan x melalui (1)
$x + y + z = -6 \Leftrightarrow x = -6 - y - z$ … (4)

Substitusikan (4) ke (2)
$x + y - 2z = 3$
$-6 - y - z + y - 2z = 3$
$-6 - 3z = 3$
$3z = -9$
$z = -3$
Sehingga diperoleh nilai z = – 3

3. D
Alternatif Penyelesaian
Misal: b: harga 1 buah buku
s: harga 1 buah spidol
t: harga 1 buah tinta
Maka, model matematikanya adalah :
$3b + s + 2t = 17.200$ … (1)
$2b + 2s + 3t = 19.700$ … (2)
$b + 2s + 2t = 14.000$ … (3)

Eliminasikan variabel t menggunakan persamaan (1) dan (2):
$3b + s + 2t = 17.200 \ |\times 3| \Leftrightarrow 9b + 3s + 6t = 51.600$
$2b + 2s + 3t = 19.700 \ |\times 2| \Leftrightarrow \underline{4b + 4s + 6t = 39.400}$ –
$5b - s = 12.200$ … (4)

Eliminasikan variabel t menggunakan persamaan (1) dan (3):
$3b + s + 2t = 17.200$
$\underline{b + 2s + 2t = 14.000}$ –
$2b - s = 3.200$
$s = 2b - 3.200$ … (5)

Substitusikan persamaan (5) ke (4), diperoleh:
$5b - s = 12.200$
$5b - (2b - 3.200) = 12.200$
$5b - 2b + 3.200 = 12.200$
$3b = 12.200 - 3.200$
$3b = 9.000$
$b = 9.000 \div 3$
$b = 3.000$

Substitusikan nilai b ke persamaan (5), diperoleh:
$s = 2b - 3.200$
$s = 2(3.000) - 3.200$
$s = 6.000 - 3.200$
$s = 2.800$
Substitusikan nilai b dan s ke persamaan (3), diperoleh:
$b + 2s + 2t = 14.000$
$3.000 + 2(2.800) + 2t = 14.000$
$3.000 + 5.600 + 2t = 14.000$
$8.600 + 2t = 14.000$
$2t = 14.000 - 8.600$
$2t = 5.400$
$t = 5.400 \div 2 = 2.700$

Diperoleh harga 1 buah buku adalah Rp3.000, 1 buah spidol adalah Rp2.800, dan 1 buah tinta adalah Rp2.700. Sehingga harga 1 buku + 1 spidol + 1 tinta = Rp 3.000,00 + Rp 2.800,00 + Rp 2.700,00 = Rp 8.500,00.

4. E

Alternatif Penyelesaian

Misal: a = Harga 1 buah Apel
j = Harga 1 buah Jambu
m = Harga 1 buah Mangga

Maka, model matematikanya adalah

2a + j + m = 47.000 … (1)
a + 2j + m = 43.000 … (2)
3a + 2j + m = 71.000 …(3)

Eliminasikan variabel j dan m menggunakan persamaan (2) dan (3):

a + 2j + m = 43.000
3a + 2j + m = 71.000 –
-2a = -28.000
a = 14.000

Eliminasikan variabel m menggunakan persamaan (1) dan (2), dan substitusikan nilai a:

2a + j + m = 47.000
a + 2j + m = 43.000 –
a – j = 4.000
j = a – 4.000
j = 14.000 – 4.000
j = 10.000

Substitusikan nilai a dan j ke persamaan (1):

2a + j + m = 47.000
2(14.000) + 10.000 + m = 47.000
28.000 + 10.000 + m = 47.000
38.000 + m = 47.000
m = 47.000 – 38.000
m = 9.000

Diperoleh harga 1 buah Apel adalah Rp 14.000, 1 buah Jambu adalah Rp 10.000, dan 1 buah Mangga adalah Rp 9.000. Ibu menyuruh Lia untuk membeli 2 Apel, 3 Jambu, dan 1 Mangga maka jumlah uang yang dibelanjakan oleh Lia adalah:
(2 x 14000) + (3 x 10000) + (1 x 9000) = 28000 + 30000 + 9000 = 67000. Uang yang diberikan Ibu kepada Lia adalah Rp 100.000,00. Sehingga sisa uang kembalian yang akan diberikan Lia kepada Ibu adalah:
Rp 100.000,00 – Rp 67.000 = Rp 33.000,00

5. C

Alternatif Penyelesaian:

Misal: masa kehamilan sapi sebagai x,
masa kehamilan kuda sebagai y,
masa kehamilan kerbau sebagai z.

x + y + z = 975 ... (1)
z = 85 + x ... (2)
2x + z = 3y - 65 ... (3)

Substitusi persamaan (2) ke persamaan (1), diperoleh:

$x + y + (85 + x) = 975$

$2x + y + 85 = 975$

$2x + y = 890 \quad \ldots (4)$

Substitusikan persamaan (2) ke persamaan (3), diperoleh

$2x + (85 + x) = 3y - 65$

$3x + 85 = 3y - 65$

$3x - 3y = -65 - 85$

$3x - 3y = -150$

$x - y = -50 \quad \ldots (5)$

Eliminasi variabel y pada persamaan (4) dan (5)

$2x + y = 890$

$\underline{x - y = -50 \quad +}$

$3x \quad = 840$

$x = 280$

Substitusikan x ke persamaan (5), diperoleh:

$280 - y = -50$

$-y = -50 - 280$

$-y = -330$

$y = 330$

Substitusikan nilai x ke persamaan (2)

$z = 85 + 280$

$z = 365$

Jadi masa kehamilan sapi adalah 280 hari, kuda 330 hari, dan kerbau 365 hari.

Nilai Latihan soal ini adalah: $\frac{\textit{Jumlah jawaban benar}}{5} x\ 100$

E. Penilaian Diri

Jawablah pertanyaan-pertanyaan berikut dengan jujur dan bertanggungjawab!

No.	Pertanyaan	Jawaban	
1	Apakah Saya dapat menggunakan metode substitusi untuk menyelesaikan SPLTV?	Ya	Tidak
2	Apakah Saya dapat menggunakan menggunakan metode eliminasi untuk menyelesaikan SPLTV?	Ya	Tidak
3	Apakah Saya dapat menggunakan menggunakan metode eliminasi – substitusi untuk menyelesaikan SPLTV?	Ya	Tidak
4	Apakah Saya dapat menafsirkan hasil dari penyelesaian SPLTV?	Ya	Tidak
5	Apakah Saya dapat menarik kesimpulan dari hasil penafsiran yang sudah dilakukan?	Ya	Tidak

Bila ada jawaban "Tidak", maka segeralah kalian lakukan review pembelajaran, terutama pada bagian yang masih "Tidak"

EVALUASI

Pilihlah satu jawaban yang paling benar.

1. Penyelesaian dari sistem persamaan $\begin{cases} 3x + 7y + 2z = 8 \\ 4x + 2y - 5z = -19 \\ 6y - 4z = 14 \end{cases}$ adalah …

   A. x = 5, y = 3, dan z = 1
   B. x = 4, y = –5, dan z = 1
   C. x = –3, y = 4, dan z = 1
   D. x = –5, y = 3, dan z = 2
   E. x = –5, y = 3, dan z = 1

2. Tentukan penyelesaian dari SPLTV berikut : $\begin{cases} 2a + b - 2c = 19 \\ 4a + 2b + c = 13 \\ a + b + 2c = 3 \end{cases}$

   A. (– 4, 17, – 5)
   B. (– 4, – 5, 17)
   C. (– 5, 17, – 4)
   D. (– 5, – 4, 17)
   E. (– 4, 19, – 5)

3. Jika $\{(x_o, y_o, z_o)\}$memenuhi sistem persamaan $\begin{cases} 3x - 2y - 3z = 5 \\ x + y - 2z = 3 \\ x - y + z = -4 \end{cases}$, maka nilai z_o adalah …

   A. –3
   B. –2
   C. –1
   D. 4
   E. 5

4. Nilai dari x - y + z dari sistem persamaan linear tiga variabel $\begin{cases} x + 2y + 3z = 14 \\ 2x - y - 3z = -9 \\ -x + 2y + z = 6 \end{cases}$ adalah ….

   A. 1
   B. 2
   C. 5
   D. 6
   E. 9

5. Harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 1 kg anggur adalah Rp70.000,00 dan harga 1 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 2 kg anggur adalah Rp90.000,00. Jika harga 2 kg mangga, 2 kg jeruk, dan 3 kg anggur Rp130.000,00, maka harga 1 kg jeruk adalah …

   A. Rp5.000,00
   B. Rp7.500,00
   C. Rp10.000,00
   D. Rp12.000,00
   E. Rp15.000,00

6. Diketahui tiga tahun lalu, umur A sama dengan 2 kali umur B. sedangkan dua tahun yang akan datang, 4 kali umur A sama dengan umur B ditambah 36 tahun. Umur A sekarang adalah … tahun

   A. 4
   B. 6
   C. 9
   D. 12

E. 15
7. Toko A, toko B, dan toko C menjual sepeda. Ketiga toko tersebut selalu berbelanja di sebuah distributor sepeda yang sama. Toko A harus membayar Rp 5.500.000,00 untuk pembelian 5 sepeda jenis I dan 4 sepeda jenis II. Toko B harus membayar RP 3.000.000,00 untuk pembelian 3 sepeda jenis I dan 2 sepeda jenis II. Jika toko C membeli 6 sepeda jenis I dan 2 sepeda jenis II, maka toko C harus membayar …
A. Rp 3.500.000,00
B. Rp 4.000.000,00
C. Rp 4.500.000,00
D. Rp 5.000.000,00
E. Rp 5.500.000,00
8. Irma membeli 2 kg apel dan 3 kg jeruk dengan harga 57.000,00 sedangkan Ade membeli 3 kg apel dan 5 kg jeruk dengan harga Rp 90.000,00. Jika Surya hanya membeli 1 kg Apel dan 1 kg Jeruk, kemudian ia membayar dengan uang Rp 100.000,00, maka uang kembalian yang diterima Surya adalah …
A. Rp 24.000,00
B. Rp 42.000,00
C. Rp 67.000,00
D. Rp 76.000,00
E. Rp 80.000,00
9. Jumlah tiga buah bilangan adalah 75. Bilangan pertama lima lebihnya dari jumlah bilangan lain. Bilangan kedua sama dengan $\frac{1}{4}$ dari jumlah bilangan yang lain. Bilangan pertamanya adalah …
A. 15
B. 20
C. 30
D. 35
E. 40
10. Harga 2 buah pisang, 2 buah apel, dan sebuah mangga adalah Rp 1.400,00. di toko buah yang sama harga sebuah pisang, sebuah apel, dan 2 buah mangga adalah Rp 1.300,00, sedangkan harga sebuah pisang, 3 buah apel, dan sebuah mangga adalah Rp 1.500,00. Harga sebuah pisang, sebuah apel, dan sebuah mangga di toko buah tersebut adalah …
A. Rp 700,00
B. Rp 800,00
C. Rp 850,00
D. Rp 900,00
E. Rp 1.200,00
11. Ali, Budi, Cici, dan Dedi pergi ke toko koperasi membeli buku tulis, pena, dan pensil dengan merk yang sama. Ali membeli 3 buku tulis, 1 pena, dan 2 pensil dengan harga Rp 11.000,00. Budi membeli 2 buku tulis, 3 pena, dan 1 pensil dengan harga Rp 14.000,00. Cici membeli 1 buku tulis, 2 pena, dan 3 pensil dengan harga Rp 11.000,00. Dedi membeli 2 buku tulis, 1 pena, dan 1 pensil. Berapa rupiah Dedi harus membayar?
A. Rp 6.000,00
B. Rp 7.000,00
C. Rp 8.000,00
D. Rp 9.000,00
E. Rp 10.000,00
12. Pada sebuah toko buku, Rana membeli alat-alat tulis berupa 4 buku, 2 pulpen, dan 3 pensil dengan harga Rp 26.000,00. Lisa membeli 3 buku, 3 pulpen, dan 1 pensil dengan harga Rp 21.000,00. Nina membeli 3 buku dan 1 pensil dengan harga Rp

12.000,00. Jika Raya membeli 2 pulpen dan 3 pensil maka berapakah harga yang harus dibayar oleh Raya?
A. Rp 26.000,00
B. Rp 21.000,00
C. Rp 13.200,00
D. Rp 12.000,00
E. Rp 8.600,00

13. Ibu Sonia membeli 5 kg telur, 2 kg daging, dan 1 kg udang dengan harga Rp 265.000. Ibu Endang membeli 3 kg telur dan 1 kg daging dengan harga Rp 126.000. Ibu Sinta membeli 3 kg daging dan 2 kg udang dengan harga Rp 320.000. Jika Ibu Ani membeli 2 kg telur, 1 kg daging, dan 1 kg udang ditempat yang sama, ia harus membayar sebesar… .
A. Rp 102.000
B. Rp 139.000
C. Rp 174.000
D. Rp 218.000
E. Rp 310.000

14. Bu Riani membeli beras 5 kg Grade A, 2 kg grade B, dan 3 kg grade C seharga Rp 132.000,-. Di hari yang sama Bu Irma membeli beras di toko yang sama untuk 7 kg beras Grade B dan 3 Grade C seharga Rp 127.000,-. Tetangga yang lain pun membeli beras di toko yang sama dengan Bu Riani dan Bu Irma dengan harga Rp 39.000,- untuk 3 kg beras Grade B. Berapakah harga beras Grade A per kilonya?
A. Rp 15.000,00
B. Rp 14.500,00
C. Rp 13.500,00
D. Rp 12.000,00
E. Rp 10.000,00

15. Seorang penjahit membutuhkan 2 meter kain A, 1 meter kan B dan 3 kain C yang dibeli seharga Rp 106.000,- untuk membuat gorden model pertama.Sementara untuk membuat gaun dibutuhkan 2 meter kain B dan 2 meter C yang dibeli seharga Rp 64.000,- Penjahit itu membeli kain tambahan untuk pesanan tambahan yaitu 3 meter kain A, 2 Meter kain B seharga Rp 90.000,- Berapakah harga setiap meter kain A, B, dan C?
A. Rp 15.000,00, Rp 15.000,00, Rp 17.000,00
B. Rp 20.000,00, Rp 17.000,00, Rp 17.000,00
C. Rp 20.000,00, Rp 17.000,00, Rp 15.000,00
D. Rp 15.000,00, Rp 20.000,00, Rp 17.000,00
E. Rp 20.000,00, Rp 15.000,00, Rp 17.000,00

Kunci Jawaban Evaluasi

1. E
2. A
3. A
4. B
5. C
6. C
7. C
8. D
9. E
10. D
11. C
12. C
13. B
14. A
15. E

Nilai Latihan soal ini adalah: $\frac{\boldsymbol{Jumlah\ jawaban\ benar}}{\mathbf{15}} \boldsymbol{x}\ \mathbf{100}$

KRITERIA PINDAH MODUL

Peserta didik dinyatakan memahami modul ini atau dapat berpindah ke modul berikutnya apabila telah memenuhi salah satu persyaratan berikut.

1. Mampu mengerjakan soal latihan secara lengkap, benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, dengan hasil minimal 75%.
2. Mampu mengerjakan evaluasi untuk modul ini dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan, dengan hasil minimal 75%.

Peserta didik dinyatakan belum memahami dan menguasai modul ini serta belum dapat berpindah ke modul berikutnya apabila:

1. Mampu mengerjakan tugas dan soal latihan dengan benar, akurat dan sesuai prosedur pengerjaan dengan hasil di bawah 75%.
2. Mengerjakan evaluasi dengan hasil di bawah 75%.

DAFTAR PUSTAKA

Kemendikbud. 2017. *Modul 2: Membuka Bisnis. Matematika Paket C, Setara Kelas X SMA/MA*. Jakarta: Dirjen PAUD dan DIKMAS. Direktorat Pembinaan Pendidikan Keaksaraan dan Kesetaraan.

Sinaga, Bornok, dkk. 2017. Matematika SMA/MA/SMK/MAK Untuk Kelas X. Jakarta: Kementrian Pendidikan dan Kebudayaan.

https://ezhpe.files.wordpress.com/2013/02/jual-buah.jpg. 2013. Diakses pada tanggal 10 September 2020.

https://www.nusabali.com/index.php/berita/39612/dpmd-gelar-rakor-posyandu. 2018. Diakses pada tanggal 10 September 2020.